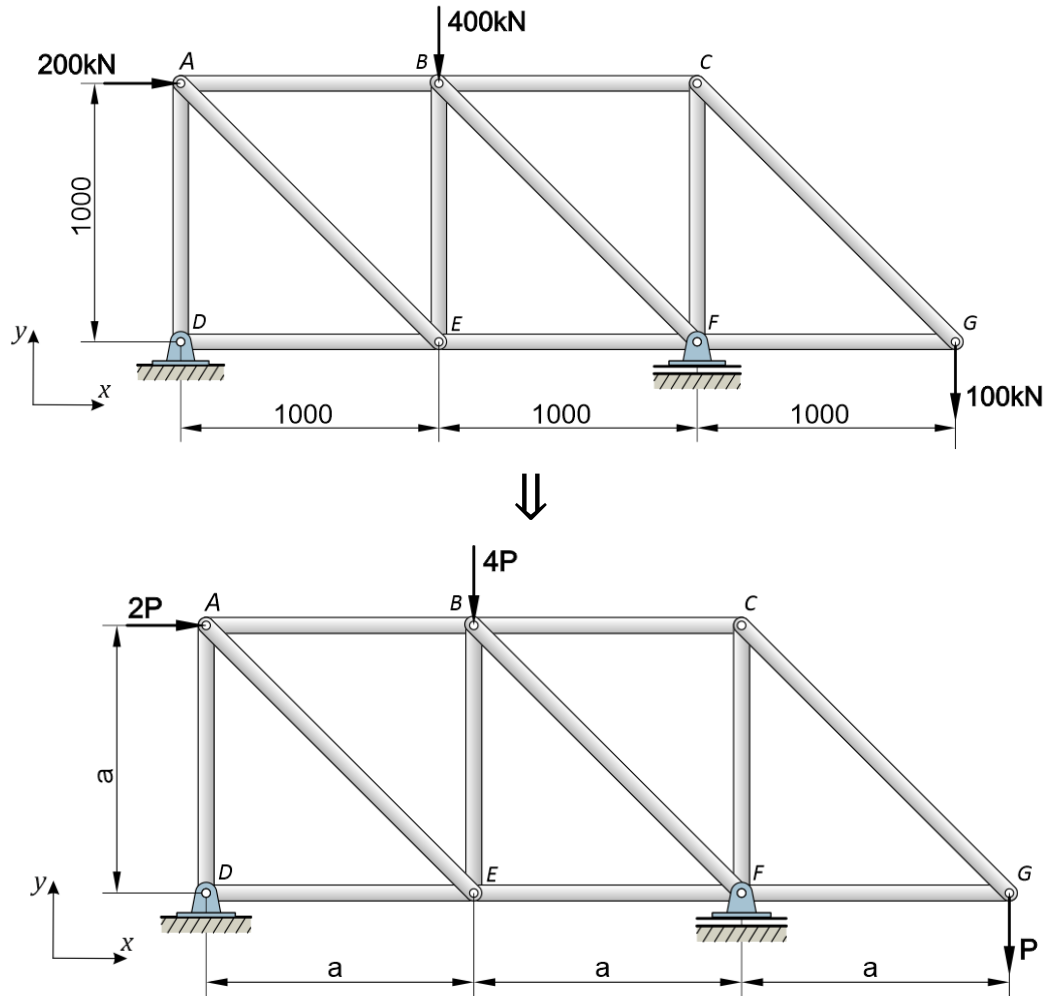


Zad 1

Określić siły działające w prętach kratownicy



Rozwiązanie:

Warunek statycznej wyznaczalności:

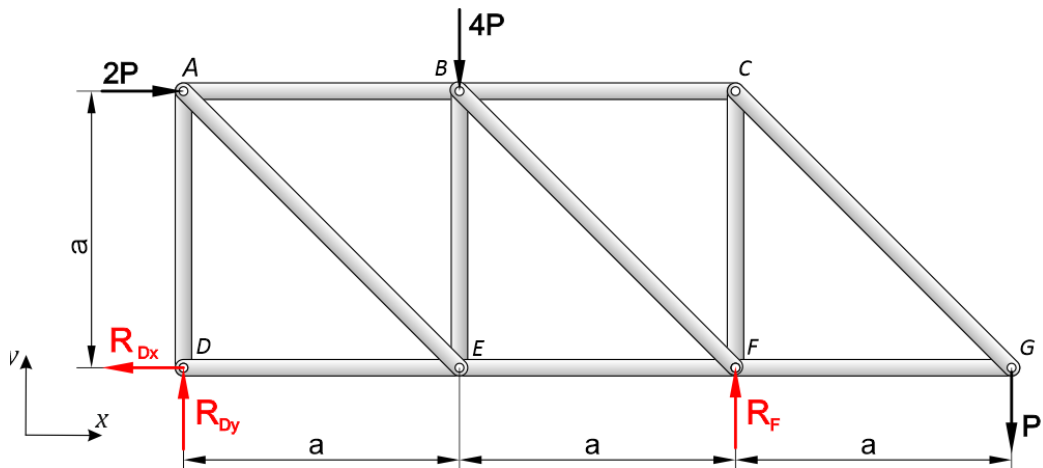
$$p = 2w - 3, \text{ p - pręty; w - węzły}$$

Metoda węzłów

W metodzie tej dla każdego węzła możliwym jest sformułowanie dwóch równań statyki ($\sum P_x = 0$ i $\sum P_y = 0$).

Analizę rozpocząć należy od węzła, w którym krzyżują się tylko dwa pręty lub niewiadomymi są tylko dwie siły. W następnych krokach oblicza się siły w sąsiadujących węzłach.

Jeżeli układ jest zewnętrze statycznie wyznaczalny to możliwym jest z równań równowagi statycznej wyznaczenie reakcji podporowych.



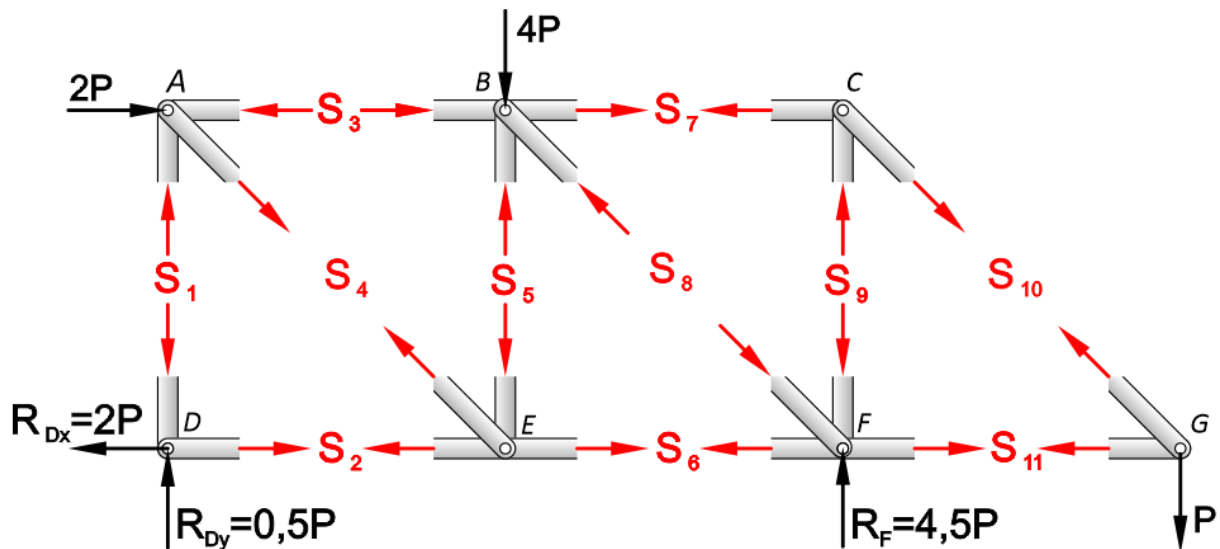
Równania równowagi:

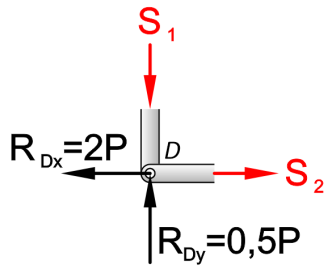
$$(+ \curvearrowright) \Sigma M_{(D)} = 0 \Leftrightarrow -2P \cdot a - 4P \cdot a - P \cdot 3a - R_F \cdot 2a = 0 \Rightarrow R_F = 4,5P$$

$$(+ \uparrow) \Sigma P_x = 0 \Leftrightarrow 2P - R_{Dx} = 0 \Rightarrow R_{Dx} = 2P$$

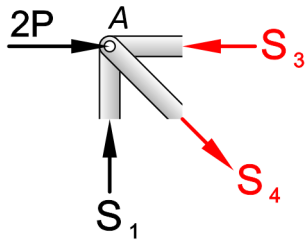
$$(+ \rightarrow) \Sigma P_y = 0 \Leftrightarrow R_{Dy} - 4P + R_F - P = 0 \Rightarrow R_{Dy} = 0,5P$$

Rozwiązanie:





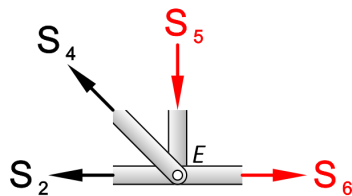
$$\begin{aligned} \Sigma P_y = 0 &\Leftrightarrow -S_1 + R_{Dy} = 0 \Rightarrow S_1 = 0,5P \\ \Sigma P_x = 0 &\Leftrightarrow -R_{Dx} + S_2 = 0 \Rightarrow S_2 = 2P \end{aligned}$$



$$\Sigma P_x = 0 \Leftrightarrow S_1 - S_4 \sin(45^\circ) = 0 \Rightarrow S_4 = \frac{S_1}{\sin(45^\circ)} = \frac{\frac{1}{2}P}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{P}{\sqrt{2}}$$

$$\Sigma P_y = 0 \Leftrightarrow 2P - S_3 + S_4 \cos(45^\circ) = 0 \Rightarrow S_3 = 2,5P$$

$$S_3 = 2,5P \quad S_4 = \frac{P}{\sqrt{2}}$$

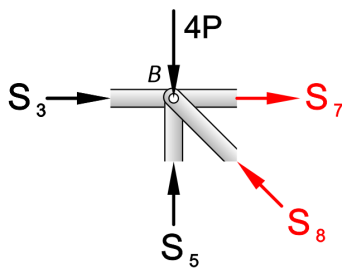


$$\Sigma P_y = 0 \Leftrightarrow S_4 \sin(45^\circ) - S_5 = 0 \Rightarrow S_5 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{P}{\sqrt{2}} = 0,5P$$

$$\Sigma P_x = 0 \Leftrightarrow -2P - S_4 \cos(45^\circ) + S_6 = 0$$

$$\Rightarrow S_6 = 2P + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{P}{\sqrt{2}} = 2,5P$$

$$S_5 = 0,5P \quad S_6 = 2,5P$$



$$\Sigma P_y = 0 \Leftrightarrow -4P + S_5 + S_8 \sin(45^\circ) = 0$$

$$S_8 \sin(45^\circ) = 4P - 0,5P$$

$$\Rightarrow S_8 = \frac{7}{2} \frac{P}{\sqrt{2}} = \frac{7P}{\sqrt{2}}$$

$$\Sigma P_x = 0 \Leftrightarrow S_3 + S_7 - S_8 \cos(45^\circ) = 0$$

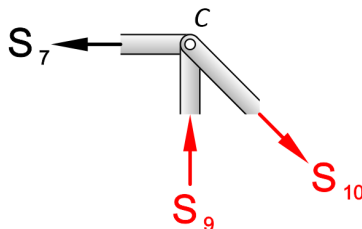
$$S_7 = \frac{7P}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 2,5P = P$$

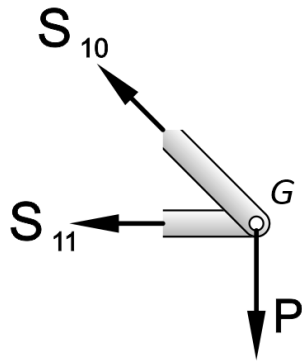
$$\Sigma P_x = 0 \Leftrightarrow -S_7 + S_{10} \sin(45^\circ) = 0$$

$$S_{10} = \frac{P}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2P}{\sqrt{2}}$$

$$\Sigma P_y = 0 \Leftrightarrow S_9 - S_{10} \cos(45^\circ) = 0$$

$$S_9 = \frac{2P}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = P$$

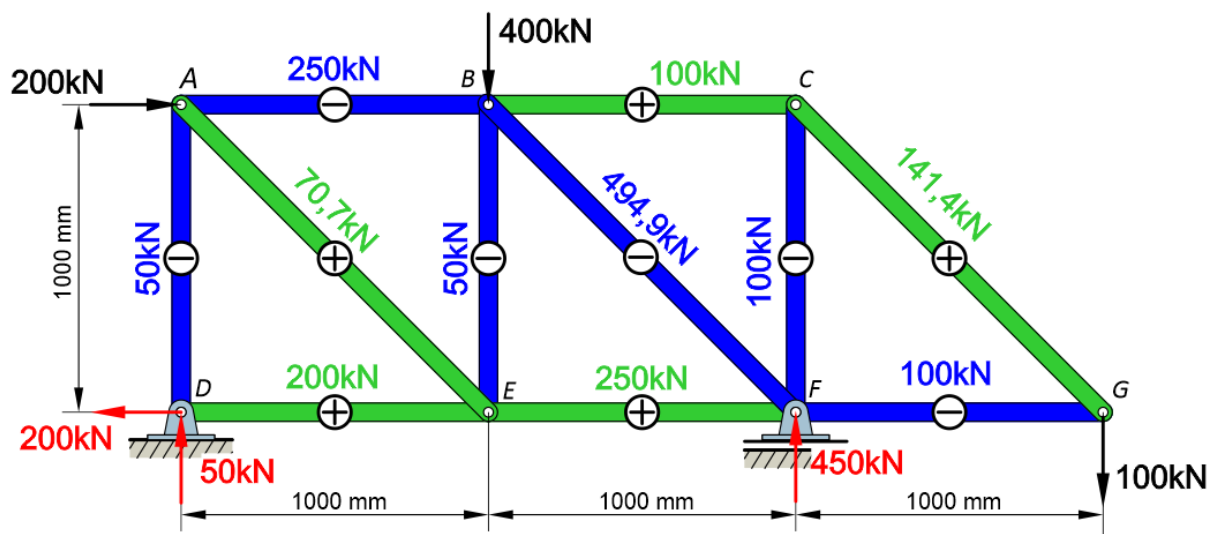




Jako sprawdzenie:

$$\Sigma P_y = 0 \Leftrightarrow S_{10} \sin(45^\circ) - P = 0$$

$$\frac{2P}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - P = 0 \quad 0 = 0$$



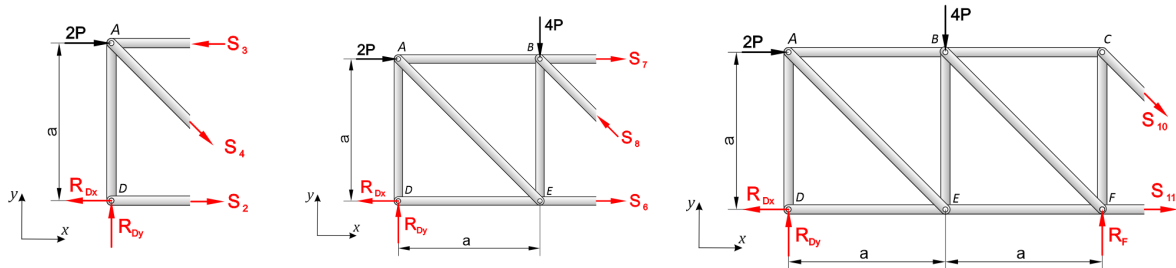
W celu poprawnego doboru pola przekroju poprzecznego pręty spełniać muszą warunek wytrzymałościowy na rozciąganie lub ściskanie (sprawdzić wyboczenie).

$$\sigma = \frac{P}{A} \leq k_r (k_c)$$

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{l^2}$$

Metoda przecięć:

W niektórych przypadkach celowym jest znalezienie sił tylko w niektórych elementach kratownicy. Zamiast rozpatrywać kolejno wszystkie węzły, prowadzi się przekrój przez kratownicę i znajduje poszukiwane siły w przecięciu.



Przykładowe przekroje przez schemat kratownicy

W każdym przekroju do dyspozycji są trzy równania statyki. Poszukiwane są trzy niewiadome siły, zatem możliwym jest ich wyznaczenie.